第二十四届“希望杯”全国数学邀请赛

初二  第1试试题

一、选择题（每小题4分，共40分）

1. 有下列五个等式：
   \( y = 3x + 1; \)  \( y^2 = x^2 - 1; \)  \( y = \sqrt{x}; \)  \( y = |x|; \)  \( y = x. \)
其中表示“\( y \)是\( x \)的函数”的有（  ）
   (A) 1个.  (B) 2个.  (C) 3个.  (D) 4个.

2. 点\((-7,m)\)和点\((-8,n)\)都在直线\( y = -2x - 6 \)上，则\( m \)和\( n \)的大小关系是（  ）
   (A) \( m > n. \)  (B) \( m < n. \)  (C) \( m = n. \)  (D) 不能确定的.

3. 下列命题中，正确的是（  ）
   (A) 若\( a > 0, \)则\( a > \frac{1}{a}. \)  (B) 若\( a > a^2, \)则\( a > 1. \)
   (C) 若\( 0 < a < 1, \)则\( a > a^2. \)  (D) 若\( |a| = a, \)则\( a > 0. \)

4. 若定义运算“\( \odot \)：\( a \odot b = b^a, \)如\( 3 \odot 2 = 2^3 = 8, \)则\( 3 \odot \frac{1}{2} \)等于（  ）
   (A) \( \frac{1}{8}. \)  (B) \( 8. \)  (C) \( \frac{1}{6}. \)  (D) \( \frac{3}{2}. \)

5. 以下关于平行四边形的判定中，不正确的是（  ）
   (A) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
   (B) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
   (C) 对角线相等的四边形是平行四边形.
   (D) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

6. 用一根长为\( a, \)并且没有伸缩性的线围成面积为\( S \)的等边三角形．在这个等边三角形内任取一点\( P, \)则点\( P \)到等边三角形三条边的距离之和为（  ）
   (A) \( \frac{2S}{a}. \)  (B) \( \frac{4S}{a}. \)  (C) \( \frac{6S}{a}. \)  (D) \( \frac{8S}{a}. \)

7. 若\( -199 < x < 199, \)且\( m = |x| - 100 \)的值为整数，则\( m \)的值有（  ）
   (A) 100 个.  (B) 101 个.  (C) 201 个.  (D) 203 个.

8. 已知\( x = \sqrt{2} + \sqrt{3}, \)且\( x^8 + 1 = x^4 (6y + 8), \)则\( y \)的值是（  ）
   (A) 10.  (B) 15.  (C) 20.  (D) 30.

9. If a right triangle has edge lengths \( a - b, \) \( a, \) and \( a + b \) (\( a \) and \( b \) are both positive integers), then the perimeter of the triangle might be （  ）
   (A) 60.  (B) 70.  (C) 80.  (D) 90.

（英文词典：right triangle 直角三角形; positive integer 正整数; perimeter 周长）

10. 小王与小李约定下午3点在学校门口见面，为此，他们在早上8点将自己的手表对准。小王于下午3点到达学校门口，可是小李还没到，原来小李的手表比标准时间每小时慢4分钟。如果小李按他自己的手表在3点到达，则小王还需要等（  ）（标准时间）
   (A) 26分钟.  (B) 28分钟.  (C) 30分钟.  (D) 32分钟.

二、A组填空题（每小题4分，共40分）

11. 若\( 5^{2x+1} = 125, \)则\( (x - 2)^{2012} = \)__________.

12. 计算：\( 2^{2013} - 2^{2012} - 2^{2011} - \cdots - 2^2 - 2 - 1 = \)__________.
13. 用边长为 1 cm 的小正方形在桌面上摆放成如图 1 所示的塔状图形,则第 n 次所摆图形的周长是 \( 3n - 1 \) cm, (用关于 n 的代数式表示)

14. 有两个函数 \( y=ax+b \) 和 \( y=cx+5 \), 学生甲求出它们图象的交点的正确坐标(3, -2), 学生乙因抄错 c 而得出交点坐标 \( \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right) \), 则函数 \( y=ax+b \) 的解析式是 \( y=ax \) \( b \) 说明 \( a, b, c \) 从小到大排列, 则应当是 \( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \).

15. 如图 2, 三个正比例函数的图象分别对应解析式: \( y=ax \), \( y=bx \), \( y=cx \), 若将 \( a, b, c \) 从小到大排列, 则应当是 \( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \).

16. 如图 3, 在正方形 ABCD 中, E, G, F 是 AB, AD, BC 边上的点, 若 BE=2AE, AG=1, BF=2, \( \angle GEF = 90^\circ \), 则 GF 的长是 \( \frac{3}{4} \).

17. 一个三角形的三条边的长分别是 3, 5, 7, 另一个三角形的三条边的长分别是 3, 3x-2, 2x-1. 若这两个三角形全等, 则 x 的值是 \( \frac{5}{2} \).

18. 有甲、乙、丙三种商品, 购甲 3 件, 乙 7 件, 丙 1 件, 需 3.15 元; 购甲 4 件, 乙 10 件, 丙 1 件, 需 4.20 元. 若购甲、乙、丙各 1 件, 则需 \( \frac{3}{2} \) 元.

19. 设 \( a, b \) 是实数, 且 \( \frac{1}{1+a} - \frac{1}{1+b} = \frac{1}{b-a} \), 则 \( \frac{1}{a} + \frac{1}{1+a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{1+b} \) 的值是 \( \frac{3}{2} \).

20. 将不大于 20 的正偶数分成两组, 使得第一组中数的乘积能被第二组中数的乘积整除, 则商的最小值是 \( \frac{3}{2} \).

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分.)

21. 数学老师用 10 道题作为一次课堂练习, 课代表将全班同学的答题情况绘制条形统计图, 如图 4. 观察此图可知, 每位同学答对的题的个数组成的样本众数是 \( 8 \), 中位数是 \( 7 \).

22. 方程 \( |x-2|x+1| = 3 \) 的解是 \( x=1 \) 或 \( x=3 \).

23. 若关于 \( x \) 的方程 \( \frac{2}{x-2} + \frac{mx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2} \) 有增根, 则 \( m = -2 \) 或 \( m = 1 \).

24. Let \( x(y + \frac{1}{x}) = 2013 \), \( x \) and \( y \) are both positive integers, then the largest value of \( x+y \) is \( 2014 \), the smallest value of \( x+y \) is \( 1 \).

25. 已知 \( a+b+c=0, a \geq b \geq c, a \neq 0 \), 则 \( \frac{c}{a} \) 的最大值是 \( 1 \), 最小值是 \( -1 \).

附加题 (每小题 10 分, 共 20 分.)

1. A 商品的单价是 50 元, B 商品的单价是 60 元, 共有学校各付款 1220 元购买了这两种商品, 任意 2 所学校购买的 A 商品的数量都不同. 则参与这次采购的学校最多有 \( 10 \) 所.

2. 十进制数中, 右边的数码比左边的数码大的数叫做上升数, 如 134, 258. 那么三位数中的上升数有 \( 6 \) 个; 在三位上升数中, 3 的倍数有 \( 2 \) 个.
初二  第1试答案

<table>
<thead>
<tr>
<th>题号</th>
<th>1</th>
<th>2</th>
<th>3</th>
<th>4</th>
<th>5</th>
<th>6</th>
<th>7</th>
<th>8</th>
<th>9</th>
<th>10</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>答案</td>
<td>C</td>
<td>B</td>
<td>B</td>
<td>C</td>
<td>A</td>
<td>C</td>
<td>C</td>
<td>B</td>
<td>B</td>
<td>A</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>题号</th>
<th>11</th>
<th>12</th>
<th>13</th>
<th>14</th>
<th>15</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>答案</td>
<td>-1</td>
<td>1</td>
<td>4n</td>
<td>y = -x + 1</td>
<td>c &lt; a &lt; b</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>题号</th>
<th>16</th>
<th>17</th>
<th>18</th>
<th>19</th>
<th>20</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>答案</td>
<td>$\sqrt{10}$</td>
<td>3</td>
<td>1.05</td>
<td>3</td>
<td>7</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>题号</th>
<th>21</th>
<th>22</th>
<th>23</th>
<th>24</th>
<th>25</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>答案</td>
<td>8; 9</td>
<td>$\frac{-4}{3}$</td>
<td>-4; 6</td>
<td>2013; 507</td>
<td>$\frac{1}{2}$; -2</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>题号</th>
<th>附加题 1</th>
<th>附加题 2</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>答案</td>
<td>4</td>
<td>84; 30</td>
</tr>
</tbody>
</table>