

# 第二十五届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初一 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 若有理数  $a, b, c$  两两不等, 则  $\frac{a-b}{b-c}, \frac{b-c}{c-a}, \frac{c-a}{a-b}$  中负数的个数是( )

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

2. 如果一个凸多边形的内角和等于外角和的3倍, 那么, 这个多边形的边数是( )

- (A) 4. (B) 6. (C) 8. (D) 10.

3. The number of digits in the product  $5^{39} \times 4^{22}$  is( )

- (A) 41. (B) 47. (C) 51. (D) 61.

4. 若  $(a^m b^{n+2}) \cdot (a^{2n} b^{2m}) = a^5 b^3$ , 则  $m+n$  的值为( )

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) -3.

5. 如图1, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\angle BCD > \angle CDA, AB > CB$ .  $\angle BCD$  的平分线分别交  $DA$  的延长线、 $AB$  于点  $E, F$ ,  $\angle CDA$  的平分线分别交  $CB$  的延长线、 $AB, CF$  于点  $H, G$  (不与点  $F$  重合)、 $P$ , 则图中等腰三角形的个数是( )

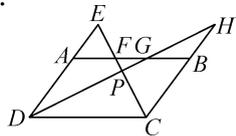


图1

- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 8.

6. 将 2013 表示成两个三位正整数的平方的差, 这两个三位数中较大的一个是( )

- (A) 671. (B) 337. (C) 183. (D) 107.

7. 图2、图3、图4分别表示甲、乙、丙三人由  $A$  地到  $B$  地的路线图. 甲的路线:  $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ ; 乙的路线:  $A \rightarrow E \rightarrow B$ ; 丙的路线:  $A \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow B$ . 若三人行进的路线总长度分别用  $l_{甲}$ 、 $l_{乙}$ 、 $l_{丙}$  表示, 则其大小关系是( )

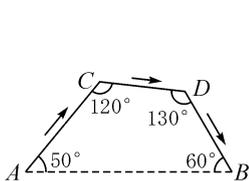


图2

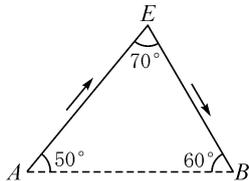


图3

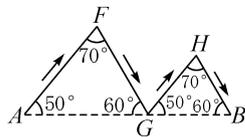


图4

- (A)  $l_{甲} < l_{乙} < l_{丙}$ . (B)  $l_{甲} < l_{乙} = l_{丙}$ . (C)  $l_{乙} < l_{丙} < l_{甲}$ . (D)  $l_{丙} = l_{乙} < l_{甲}$ .

8. 已知  $p = 3^{70}, q = 5^{56}, r = 6^{42}, s = 17^{28}$ . 这4个数中, 最大的是( )

- (A)  $p$ . (B)  $q$ . (C)  $r$ . (D)  $s$ .

9. 有砌放在一起的5个同样的正方体木块, 其俯视图如图5, 则左视图的可能情况共有( )

种.

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

10. 水池  $A$  和  $B$  都是深 1.2 米, 底部是  $3 \text{米} \times 2 \text{米}$  的长方体. 1号阀门 18 分钟可将无水的  $A$  池注满, 2号阀门 24 分钟可将  $A$  池中满池的水注入  $B$  池. 最初  $A, B$  均为空池, 若同时打开 1号, 2号阀门, 当  $A$  池水深 0.4 米时, 同时关闭两个阀门, 这时  $B$  池中有水( ) 立方米.

- (A) 0.9. (B) 1.8. (C) 3.6. (D) 7.2.

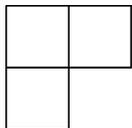


图5

## 二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. 光的速度近似为  $1.08 \times 10^9$  千米/时. 若光从太阳到地球需要 8.3 分钟, 则用科学记数法表示太阳与地球之间的距离, 应当是\_\_\_\_\_千米.

12. 若正整数  $a, b, c$  满足  $a + 2bc = \frac{49}{a}$ , 则  $a + b + c$  的最大值是\_\_\_\_\_.

13. 一个等腰三角形的两条边长分别为 5 厘米和 10 厘米, 则这个三角形的周长是\_\_\_\_\_厘米.

14. 已知  $a, b, c$  是有理数, 且  $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{3}, \frac{bc}{b+c} = \frac{1}{7}, \frac{ac}{a+c} = \frac{1}{12}$ , 则  $\frac{abc}{ab+bc+ac} =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对应的外角分别是  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ , 若  $\angle 1 = 3\angle B, \angle 2 = 4\angle C$ , 则  $\angle A$  的度数是\_\_\_\_\_.

16. If  $x, y$  and  $z$  satisfy  $x + y = 5$  and  $z^2 = xy + y - 9$ , then the value of  $2x + 3y + 4z$  is \_\_\_\_\_.

17. 如图 6, 已知  $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle ADE, \triangle AEF$  都是等腰直角三角形. 若阴影部分的面积是 20 平方厘米, 则  $\triangle BCD$  与  $\triangle DEF$  的面积和是\_\_\_\_\_平方厘米.

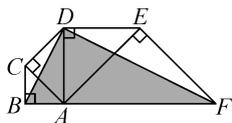


图 6

18. 某班学生不超过 50 人, 其中有女生  $a$  人, 男生  $b$  人, 且满足  $\frac{4}{7}a = \frac{1}{2}b$ , 则该班最多有学生\_\_\_\_\_人.

19. 若正整数  $a, b, c$  满足  $\frac{a}{b} = \frac{c}{9}, \left(\frac{a+c}{b+9}\right)^2 = \frac{4}{9}, a^2 + b^2 + c^2 = 49$ , 则  $b =$ \_\_\_\_\_,  $c =$ \_\_\_\_\_.

20. 若  $a + b = 4, a^2 + b^2 = 12$ , 则  $a^5 + b^5 =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

如图 7, 乙地是甲、丙两地的中点,  $A$  从甲地,  $B$  从丙地,  $C, D$  从乙地分别沿图示的方向同时出发, 若  $A$  出发后 70 分钟时遇到  $C$ , 84 分钟时遇到  $B$ , 140 分钟时追上  $D$ , 求  $B$  出发后多少分钟时遇到  $D$ ? 追上  $C$ ?

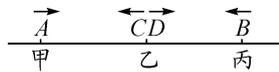


图 7

22. (本题满分 15 分)

将  $1, 2, 3, \dots, 15$  这 15 个数分成两组, 使第一组数的和与第二组数的平均数相等, 求第一组中的数.

23. (本题满分 15 分)

已知  $A, B, C, D, E$  为平面内的 5 个点,  $AB = 8$  厘米,  $BC = 2$  厘米,  $AD = 5$  厘米,  $DE = 1$  厘米,  $AC = 10$  厘米,  $AE = 6$  厘米,  $CD$  与  $BE$  交于点  $F$ ,  $\triangle EAB$  的面积为 24 平方厘米.

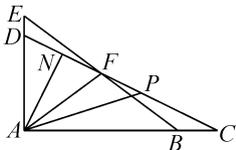


图 8

(1) 求证:  $\angle EAC = 90^\circ$ ;

(2) 求线段  $AF$  的长;

(3) 设  $\angle FAC$  的平分线交  $CD$  于点  $P$ ,  $\angle DAF$  的平分线交  $CD$  于点  $N$ , 求证:  $AN = PN$ .

(可能用到的结论: 如果直角三角形的两条直角边长分别为  $a, b$ , 斜边长为  $c$ , 那么  $a^2 + b^2 = c^2$ .)

## 初一 第 2 试答案

题号	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
答案	B	C	A	B	C	B	B	B	A	D
题号	<b>11</b>		<b>12</b>		<b>13</b>		<b>14</b>		<b>15</b>	
答案	$1.494 \times 10^8$		26		25		$\frac{1}{11}$		$120^\circ$	
题号	<b>16</b>		<b>17</b>		<b>18</b>		<b>19</b>		<b>20</b>	
答案	13		10		45		3; 6		464	

21.  $B$  出发 60 分钟后遇到  $D$ , 105 分钟时追上  $C$ .
22. 满足条件的分组方法中第一组的数是 8 或是 1, 2, 3, 4.
23. (1) 略.  
 (2)  $AF=5$  (厘米) .  
 (3) 略.