

# 第二十五届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初二 第 1 试试题

一、选择题(每小题 4 分,共 40 分.)

1. 化简  $[(-1)^{n+1}p^3]^n$  ( $n$  是自然数), 得( )  
 (A)  $p^{3n}$ . (B)  $-p^{3n}$ . (C)  $-p^{n+3}$ . (D)  $p^{n+3}$ .
2. 若分式  $\frac{b^2-1}{b^2-2b-3}$  的值是 0, 则  $b$  的值是( )  
 (A) 1. (B) -1. (C)  $\pm 1$ . (D) 2.
3. 已知  $x = \sqrt{5}$ ,  $y$  是不大于  $x$  的最大整数, 则  $\frac{1}{x-y}$  的值是( )  
 (A)  $\sqrt{5}-2$ . (B)  $\sqrt{5}+2$ . (C)  $\sqrt{5}-1$ . (D)  $\sqrt{5}+1$ .
4. 反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  的图象上有三个点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ , 其中  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是( )  
 (A)  $y_1 < y_2 < y_3$ . (B)  $y_2 < y_1 < y_3$ . (C)  $y_3 < y_1 < y_2$ . (D)  $y_3 < y_2 < y_1$ .

5. 有以下 5 个命题:

- (1) 两组邻角互补的四边形是平行四边形;  
 (2) 有一条对角线平分一个内角的平行四边形是菱形;  
 (3) 一边上的两个角相等的梯形是等腰梯形;  
 (4) 对角线相等的四边形是矩形;  
 (5) 菱形的面积等于两条对角线的乘积.

其中, 正确的命题有( )

- (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个.
6. 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ 2x+m > 0 \end{cases}$  没有实数解, 则实数  $m$  的取值范围是( )

- (A)  $m < -\frac{4}{3}$ . (B)  $m \leq -\frac{4}{3}$ . (C)  $m > -\frac{4}{3}$ . (D)  $m \geq -\frac{4}{3}$ .

7. 图 1 由 4 个相同的小正方形组成,  $\triangle ABC$  的顶点都落在小正方形的顶点上. 则与  $\triangle ABC$  成轴对称, 并且顶点都落在小正方形的顶点上的三角形有( )

- (A) 5 个. (B) 4 个. (C) 3 个. (D) 2 个.

8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $y$  轴上有一点  $P$ , 它到点  $A(4, 3), B(3, -1)$  的距离之和最小, 则点  $P$  的坐标是( )

- (A)  $(0, 0)$ . (B)  $(0, \frac{4}{7})$ . (C)  $(0, \frac{5}{7})$ . (D)  $(0, \frac{4}{5})$ .

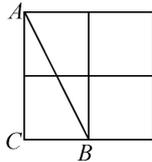


图 1

9. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $\sqrt{xy} + |x-y+1| = 0$  的图象是( )

- (A) 直线  $x=0, y=0$  和  $x-y+1=0$ . (B) 直线  $x=0$  和  $x-y+1=0$ .  
 (C) 点  $(0, 0)$  和直线  $x-y+1=0$ . (D) 点  $(0, 1)$  和  $(-1, 0)$ .

10. 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 这 8 个数排成一行, 使 8 的两边各数的和相等, 则不同的排列方法有( )

- (A) 1152 种. (B) 576 种. (C) 288 种. (D) 144 种.

二、A 组填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 已知  $|m-9|+(\sqrt{n}-2)^2=0$ , 分解因式  $mx^2-ny^2=$ \_\_\_\_\_.

12. 若  $x > \sqrt{2}x+1$ , 则  $|x+\sqrt{2}|-\sqrt{(x+\sqrt{2}+1)^2}$  的值是\_\_\_\_\_.

13. 已知点  $P(a+1, 2a-1)$  关于  $x$  轴对称的点在第一象限内, 则  $|a+2|+|1-a|$  的值是\_\_\_\_\_.

14. 已知  $x(x-1)-(x^2-y)=-2$ , 则  $\frac{x^2+y^2}{2}-xy$  的值是\_\_\_\_\_.

15. 若两个不等实数  $m, n$  满足  $m^2-2m=a, n^2-2n=a, m^2+n^2=5$ , 则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

16. 如图 2, 直线  $y=ax(a>0)$  与曲线  $y=\frac{3}{x}$  交于点  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$ , 则  $4x_1y_2-3x_2y_1$  的值是\_\_\_\_\_.

17. 若关于  $x$  的方程  $\frac{x^2-x}{2x-5}=\frac{m-1}{m+1}$  的两个根互为相反数, 则  $m=$ \_\_\_\_\_.

18. As shown in the Fig. 3,  $\angle XOY = 60^\circ$ ,  $M$  is a point in the angle  $\angle XOY$ . The distance from  $M$  to  $OX$  is  $MA$ , which is 1. The distance from  $M$  to  $OY$  is  $MB$ , which is 4. The length of  $OM$  is \_\_\_\_\_.

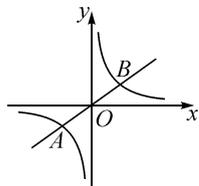


图 2

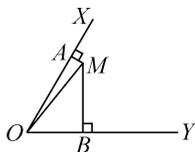


Fig. 3

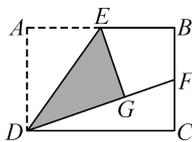


图 4

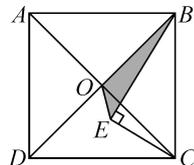


图 5

19. 如图 4, 矩形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AB$  的中点, 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折叠后得到  $\triangle GDE$ , 且点  $G$  在矩形  $ABCD$  内部. 延长  $DG$  交  $BC$  于点  $F$ , 若  $F$  恰是  $BC$  的中点, 则  $\frac{AB}{AD}$  的值是\_\_\_\_\_.

20. 如图 5, 正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ , 以正方形的边  $BC$  为斜边在正方形内作直角三角形  $BCE$ ,  $\angle BEC = 90^\circ$ . 若  $CE = 3, BE = 5$ , 则  $\triangle OBE$  的面积是\_\_\_\_\_.

三、B 组填空题(每小题 8 分,共 40 分.)

21. Given  $\triangle ABC$  is an isosceles triangle,  $AB=AC$ . If a line through point  $C$  divides  $\triangle ABC$  into two small isosceles triangles, then the degree of  $\angle A$  is \_\_\_\_\_, or \_\_\_\_\_.

(英汉词典: isosceles triangle 等腰三角形; divide ... into ... 将 ... 分成 ...; degree 度数)

22. 已知  $x-1$  是多项式  $x^3-3x+k$  的一个因式, 那么  $k=$ \_\_\_\_\_; 将这个多项式分解因式, 得\_\_\_\_\_.

23. 设一次函数  $y=kx+b$  的图象经过点  $P(1,2)$ , 它与  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴分别交于  $A, B$  两点, 坐标原点为  $O$ , 若  $OA+OB=6$ , 则此函数的解析式是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_.

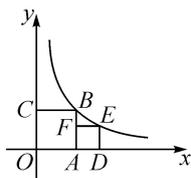


图 6

24. 如图 6, 若正方形  $OCBA$  的顶点  $B$  和正方形  $AFED$  的顶点  $E$  都在函数  $y=\frac{1}{x}(x>0)$  的图象上, 则点  $E$  到  $x$  轴的距离是\_\_\_\_\_, 到  $y$  轴的距离是\_\_\_\_\_.

25. 如图 7,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ, CB=3, AC=4$ , 且  $CB$  在直线  $l$  上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转到位置 ①, 可得到点  $P_1$ , 此时  $CP_1=$ \_\_\_\_\_; 将位置 ① 的三角形绕点  $P_1$  顺时针旋转到位置 ②, 可得到点  $P_2$ , 将位置 ② 的三角形绕点  $P_2$  顺时针旋转到位置 ③, 可得到点  $P_3, \dots$ , 按此规律继续旋转, 直到点  $P_{2014}$  为止, 则  $CP_{2014}=$ \_\_\_\_\_.

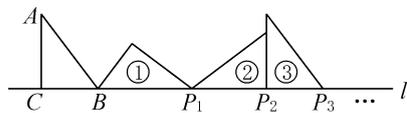


图 7

## 初二 第 1 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	B	A	B	A	C	D	A
题号	11			12		13		14		15
答案	$(3x+2y)(3x-2y)$			1		3		2		$\frac{1}{2}$
题号	16		17		18		19		20	
答案	-3		$\frac{1}{3}$		$2\sqrt{7}$		$\sqrt{2}$		2.5	
题号	21			22						
答案	$25\frac{5}{7}^\circ; 36^\circ$			$2; (x-1)^2(x+2)$						
题号	23				24				25	
答案	$y = -x + 3; y = -2x + 4$				$\frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\sqrt{5}+1}{2}$				8; 8060	