

第二十六届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第 2 试试题

一、选择题(每小题 4 分,共 40 分.以下每个题目的选择支中,仅有一个是正确的.)

1. 请你想好一个数,将该数与 2015 之和乘以 4,减去 12,再将其差除以 4,然后减去你想好的那个数,最后的结果等于()

- (A) 0. (B) 2008. (C) 2012. (D) 2015.

2. 若 $a + 2015 = 0$, 则 $a - 2015$ 的值是()

- (A) -4030 . (B) -2015 . (C) 0. (D) 2015.

3. 如图 1, $MA \parallel BN \parallel CP$, 若 $BA = BC$, $\angle MAC = 50^\circ$, $\angle NBC = 150^\circ$, 则 $\angle ABC =$ ()

- (A) 160° . (B) 150° . (C) 140° . (D) 130° .

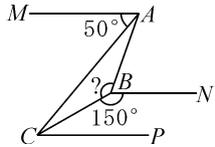


图 1

4. 红光中学初一年级有 3 个班, 已知一班、二班的平均人数与三班人数的和为 45; 二班、三班的平均人数与一班人数的和为 48; 一班、三班的平均人数与二班人数的和为 47. 则三个班的总人数为()

- (A) 68. (B) 70. (C) 72. (D) 74.

5. As shown in the Fig. 2, Points A, B, and C on the number axis represent non-zero rational number a, b, and c respectively. If $|a| + |a + b| + |b - c| = -c$, then the point representing 0 is ()

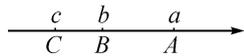


Fig. 2

- (A) on the right side of A. (B) on the left side of C.
(C) between B and C. (D) between A and B.

(英汉小词典: number axis 数轴; rational number 有理数)

6. 如图 3, 正方形 ABCD 由四个相同的小长方形和一个小正方形 EFGH 组成. 若一个小长方形的周长和小正方形的周长相等, 则正方形 ABCD 和正方形 EFGH 的面积比是()

- (A) 2 : 1. (B) 3 : 1. (C) 4 : 1. (D) 9 : 4.

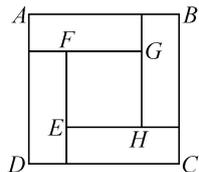


图 3

7. 甲、乙两人沿同一路线骑车(匀速)从 A 站到 B 站, 甲要用 30 分钟, 乙要用 40 分钟. 如果乙比甲早出发 5 分钟去 B 站, 则甲追上乙时, 是甲出发后的第()

- (A) 12 分钟. (B) 13 分钟. (C) 14 分钟. (D) 15 分钟.

8. 如图 4, 在矩形 ABCD 中, E、F 分别在 BC、CD 上, 若 $S_{\triangle ABE} = 2$, $S_{\triangle ECF} = 7$, $S_{\triangle ADF} = 8$, 则 $\triangle AEF$ 的面积为()

- (A) 15. (B) 14. (C) 13. (D) 12.

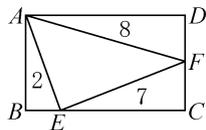


图 4

9. 小明、小红、小华、小彬四人中的一人书包里有苹果. 老师问: 谁的书包里有苹果? 四人回答如下:

小明: 苹果不在我这里; 小红: 苹果在小彬那里;

小华: 苹果在小红那里; 小彬: 苹果不在我这里.

若其中只有一人说了假话, 则书包里有苹果的是()

- (A) 小明. (B) 小红. (C) 小华. (D) 小彬.

10. 若 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 是 1 到 6 这六个自然数的一个排列, 则 $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + |a_3 - a_4| + |a_4 - a_5| + |a_5 - a_6| + |a_6 - a_1|$ 的最大值是()

- (A) 14. (B) 16. (C) 18. (D) 20.

二、填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 已知 $\frac{a}{b} = 19$, 则 $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 - b^2} =$ _____.

12. In the Fig. 5, the value of y is _____.

13. $(3^1 \times 3^3 \times 3^5 \times 3^7 \times 3^9 \times 3^{11} \times 3^{13} \times 3^{15}) \times \left(\frac{1}{3}\right)^{59}$ 的值为 _____.

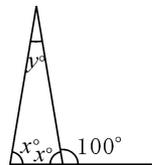


Fig. 5

14. 如图 6, $ABCD$ 为矩形, E, F, M, N 是 AB 的五等分点, G, H, P, Q 是 DC 的五等分点, 其中 $AE = \frac{1}{2}AD = 1\text{cm}$. 那么图中所有直角梯形面积的和为 _____ cm^2 .

15. 若一个四位数与 4 的乘积是这个四位数的反序数(如 1234 的反序数为 4321), 则这个四位数是 _____.

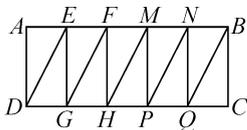


图 6

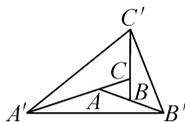


图 7

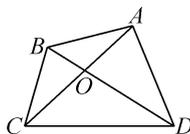


图 8

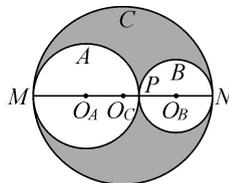


图 9

16. 如图 7, $\triangle ABC$ 中, $AB > AC > BC$, 分别延长 CA, AB, BC 到点 A', B', C' , 连接 $A'B', B'C', A'C'$. 若 $\angle ABC = \angle A'B'C', \angle ACB = \angle A'C'B'$, 则除这两对相等的角外, 图中还有 _____ 对相等的角.

17. 某人在早晨 6 时至 7 时的某时刻开始晨练, 7 时至 8 时的某时刻结束晨练, 结果发现晨练结束时与晨练开始时, 手表的时针与分针恰好交换位置. 这个人共晨练 _____ 分钟.

18. 如图 8, 在四边形 $ABCD$ 中, $S_{\triangle ABC} = 15, S_{\triangle BCD} = 27, S_{\triangle ACD} = 30$, AC 与 BD 交于点 O , 则 $S_{\triangle OAB} =$ _____.

19. 有一列数 $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$, 从第三个数起每一个数都等于它前面两个数的和, 则第 2015 个数被 12 除, 得到的余数是 _____.

20. 如图 9, 点 P 在线段 MN 上. 以 MP 为直径画圆 A , 以 PN 为直径画圆 B , 以 MN 为直径画圆 C . 已知 $MP = m$ 厘米, $PN = n$ 厘米. 若 $mn = 12$, 则阴影部分的面积为 _____ 平方厘米. (圆周率用 π 表示)

三、解答题 每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

设有 2015 个数: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2014}, a_{2015}$, 其中 $a_i (i = 1, 2, \dots, 2015)$ 取值只能是 $-1, 0, 1$ 中的一个. 已知 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2014} + a_{2015} = 70$, 且 $(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{2014} + 1)^2 + (a_{2015} + 1)^2 = 4001$, 求 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2014}, a_{2015}$ 中取值 1 的、取值 0 的以及取值 -1 的各有多少个?

22. (本题满分 15 分)

求证: 若整数 a 不能被 2 和 3 整除, 则 $a^2 + 23$ 必能被 24 整除.

23. (本题满分 15 分)

如图 10, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 在 BC 上, 且 $BD = EC = \frac{1}{5}BC$, F 在 AC 上, 且 $AF = \frac{2}{3}AC$. BF 与 AD, AE 分别交于点 G, H , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1155, 求

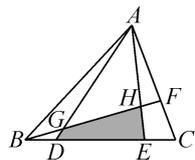


图 10

(1) $\frac{AH}{HE}$ 的值;

(2) 四边形 $GHED$ 的面积的值.

初一 第 2 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	C	B	D	C	D	A	B	C
题号	11		12		13		14		15	
答案	$1\frac{7}{120}$		20		243		100		2178	
题号	16		17		18		19		20	
答案	4		$55\frac{5}{13}$		6		1		6π	

21. 在这列数中，在 958 个 1，169 个 0，888 个 -1.

22. 略.

23. (1) $\frac{AH}{HE} = \frac{5}{2}$.

(2) $S_{\text{四边形}GHED} = 243$.