

# 第二十六届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初二 第1试试题

### 一、选择题(每小题4分,共40分.)

- 若  $a + b = 10, ab = 24$ , 则  $a^2 + b^2$  的值是( )  
 (A) 48. (B) 76. (C) 58. (D) 52.
- 若一次函数  $y = x + 5$  的图象经过点  $P(a, b)$  和  $Q(c, d)$ , 则  $ad + bc - ac - bd$  的值是( )  
 (A) 9. (B) 16. (C) 25. (D) -25.
- 已知  $-(1 - 2x)^2$  为  $x^4 + 1 - 2x^2$  的平方根, 则满足此关系的  $x$  的值的个数是( )  
 (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.
- Suppose  $a$  is an integer, solutions to the equation  $ax + 5 = 4x + 1$  are positive integers. Then the number of  $a$  is( )  
 (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

(英汉小词典: positive 正的)

- 在菱形  $ABCD$  中, 若  $\angle DAB = 60^\circ, AC = 12$ , 则菱形对角线交点到各边的距离之和是( )

(A) 3. (B) 4. (C)  $4\sqrt{3}$ . (D) 12.

- 如图1所示, 点  $M, N, P, Q$  分别是边长为1的正方形  $ABCD$  各边的中点, 则阴影部分的面积是( )

(A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\frac{1}{5}$ .

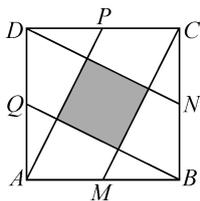


图1

- 如图2所示, 字母  $A$  到  $G$  分别代表1到7中的一个自然数, 若  $A + G + D, B + G + E, C + G + F$  分别被3除, 都余1, 则  $G$  是( )

(A) 1 或 4. (B) 1 或 7. (C) 4 或 7. (D) 1 或 4 或 7.

### 8. 下列说法:

- ① 平行四边形包含矩形、菱形和正方形;
- ② 平行四边形是中心对称图形;
- ③ 平行四边形的任一条角平分线可把平行四边形分成两个全等的三角形;
- ④ 平行四边形两条对角线把平行四边形分成四个面积相等的三角形.

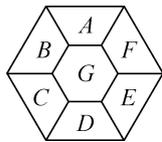


图2

其中正确说法的序号是( )

(A) ①②④. (B) ①③④. (C) ①②③. (D) ①②③④.

- 有一列数:  $10, 2, 5, 2, 4, 2, x$ , ( $x$  是正整数), 若将这列数的平均数、中位数及众数依照大小次序排列, 恰好中间的数是左、右两个数的平均数, 则  $x$  可能取的值的和是( )

(A) 3. (B) 9. (C) 17. (D) 20.

- 对于自然数  $m$ , 如果  $m$  能整除  $1 \times 2 \times \dots \times (m - 1)$ , 那么称  $m$  为“公除数”, 则4到20(包括4和20)的自然数中, “公除数”的个数是( )

(A) 9. (B) 10. (C) 11. (D) 12.

二、A 组填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 若  $\sqrt{102.01} \approx 10.1, \sqrt{10.201} \approx 3.1939$ , 则  $\sqrt{1.0201} \approx$  \_\_\_\_\_.

12. 已知  $a, b$  都是有理数, 且  $a + \sqrt{3}ab + 1 = \sqrt{3}b - 2\sqrt{3}a$ , 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

13. 已知  $a + b + c = 1, \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 3$ . 则  $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $m, n$  是实数, 且当  $x > 2015$  时,  $\frac{m}{x-2} + \frac{n}{x+2} = \frac{5x+2}{x^2-4}$  恒成立, 则  $m^2 - n^2 =$  \_\_\_\_\_.

15. 设  $a, b, c$  都是正整数, 且  $1 < a < b < c, abc = 2015$ , 那么  $\sqrt{\frac{c-b}{b-a} - \frac{c-a}{b}} =$  \_\_\_\_\_.

16. 若关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ ax + by = 10 \end{cases}$  与  $\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ bx + ay = 14 \end{cases}$  的解相同, 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

17. As shown in the Fig. 3,  $B$  and  $C$  are points on  $AD$  in  $\triangle AED$ .  $AB = CD, EB = EC = 10, BC = 12$ . The perimeter of  $\triangle AED$  is twice the perimeter of  $\triangle EBC$ . Then  $\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle EBC}} =$  \_\_\_\_\_.

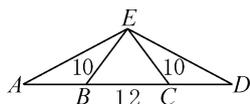


Fig. 3

( $S_{\triangle AED}$  represents the area of  $\triangle AED$ ,  $S_{\triangle EBC}$  represents the area  $\triangle EBC$ ) (英汉小词典: perimeter 周长; area 面积)

18. 若  $5 - \sqrt{3}$  的小数部分是  $a, 5 + \sqrt{3}$  的小数部分是  $b$ , 则  $(a - 1)(b + 2)$  的值是 \_\_\_\_\_.

19. 如图 4 所示, 四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ , 且  $AB = 21, AD = 9, BC = DC = 10$ , 则  $AC =$  \_\_\_\_\_.

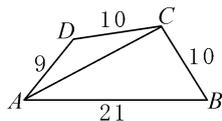


图 4

20. 已知  $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}-1}, a_2 = \frac{1}{a_1}, a_3 = \frac{1}{a_2}, a_4 = \frac{1}{a_3}, \dots$ , 则  $a_{2015} =$  \_\_\_\_\_.

三、B 组填空题(每小题 8 分,共 40 分.)

21. 若  $xy > 0$ , 则点  $(x, y)$  在直角坐标系中位于第 \_\_\_\_\_ 象限或第 \_\_\_\_\_ 象限.

22. 已知  $\sqrt{2-|x|} + \sqrt{1-|y|} = 0$ , 且  $|x-y| = y-x$ , 则  $x+y$  的值等于 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_.

23. 如图 5 所示,  $C$  在线段  $AB$  上, 在  $AB$  的同侧作等边  $\triangle ACM$  和  $\triangle BCN$ , 连接  $AN, BM$ . 若  $\angle MBN = 38^\circ$ , 则  $\angle AMB =$  \_\_\_\_\_ 度,  $\angle ANC =$  \_\_\_\_\_ 度.

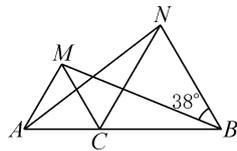


图 5

24. 下面是一个按某种规律排列的数阵:

			1				第 1 行
		$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2			第 2 行
	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3		第 3 行
$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	4	第 4 行
			...				...

根据数阵排列的规律, 第 5 行从左向右第 5 个数为 \_\_\_\_\_, 第  $n$  ( $n \geq 3$ , 且  $n$  是整数) 行从左向右第 5 个数是 \_\_\_\_\_ (用含  $n$  的代数式表示).

25. 长为  $\sqrt{n}, 1 + \sqrt{n+2}, \sqrt{n} + \sqrt{n(n+2)}$  的三条线段可以构成三角形, 则自然数  $n =$  \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_.

## 初二 第 1 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	B	D	D	D	A	D	B
题号	11		12		13		14		15	
答案	1.01		-2		6		5		$\frac{1}{2}$	
题号	16		17		18		19		20	
答案	8		$\frac{5}{2}$		-2		17		$\sqrt{2}+1$	
题号	21			22			23			
答案	一; 三			- 1; - 3			98; 22			
题号	24					25				
答案	$\sqrt{21}; \sqrt{n^2-2n+6}$					1; 2				