第二十六届"希望杯"全国数学邀请赛

初二　第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.以下每个题目的选择支中,仅有一个是正确的.)

1. 若代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$,则 $b-a$ 的值是(　　)

(A) 5.　(B) 4.　(C) 3.　(D) 2.

2. 已知 a 是实数,b 是有理数,若 $\frac{a+\sqrt{2}}{b-\sqrt{2}}=2$,则 $2a+b$ 是(　　)

(A) 有理数.　(B) 无理数.　(C) 2015.　(D) 0.

3. 已知 a,b,c 都是非负整数,且 $2^a\times3^b\times7^c=1176$,则 $2a+3b+7c$ 的值是(　　)

(A) 21.　(B) 23.　(C) 25.　(D) 28.

4. 如果 $a^2=b^4\neq0$,则 $\frac{a}{b^2}$ 的值是(　　)

(A) 1.　(B) 0.　(C) -1.　(D) 1或-1.

5. $y=\left(k-\frac{1}{k}\right)x+\frac{1}{k}$ $(0<k<1)$ 是关于 x 的一次函数,当 $1\leqslant x\leqslant2$ 时,y 的最大值是(　　)

(A) 1.　(B) 2.　(C) k.　(D) $2k-\frac{1}{k}$.

6. 在平面直角坐标系中,边长为2的正方形 $OABC$ 的顶点 A、C 分别在 y 轴、x 轴的正半轴上,点 O 是原点.现将正方形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转,当点 A 第一次落在直线 $y=x$ 上时停止旋转,旋转过程中,AB 边交直线 $y=x$ 于点 M,BC 边交 x 轴于点 N(如图1).在正方形 $OABC$ 旋转的过程中,$\triangle MBN$ 的周长(　　)

(A) 逐渐变大.　(B) 逐渐变小.

(C) 始终是6.　(D) 始终是4.

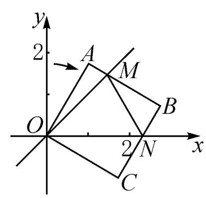

图1

7. In the rectangular coordinates xOy, if x and y are integers, we call (x,y) is a lattice. Then the number of lattices on the curve of $y=\sqrt{2015-\sqrt{x}}$ is(　　)

(A) 43.　(B) 44.　(C) 45.　(D) 2015.

(英汉小词典:lattice 格点)

8. 如图2,矩形 $ABCD$ 的周长是16,$DE=2$,$\triangle FEC$ 是等腰直角三角形,$\angle FEC=90^\circ$,则 AE 的长是(　　)

(A) 3.　(B) 4.　(C) 5.　(D) 6.

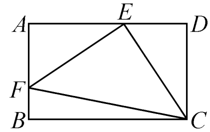

图2

9. 红色和黄色弹球每个的售价是3角,蓝色和白色弹球每个的售价是4角.若用2元5角购买这4种球(钱必须用完),并且每种至少1个,购买方案的种数是(　　)

(A) 5.　(B) 6.　(C) 7.　(D) 8.

10. 将 n 个球放在100个箱子中(箱子里可以不放球),若无论怎样放都有4个箱子里的球的个数相同,则 n 的最大值是(　　)

(A) 1616.　(B) 1689.　(C) 2689.　(D) 2616.

二、填空题(每小题 4 分，共 40 分.)

11. 所有大于 $-\sqrt{11}$ 且小于 $\sqrt{17}$ 的非零整数的乘积是__________.

12. 已知 $2^a=8^b=64^c$，则 $\dfrac{a-b-c}{a+b+c}=$__________.

13. 如图 3，矩形内两相邻正方形的面积分别是 2 和 6，那么矩形内阴影部分的面积与原矩形的面积之比为__________.(结果保留根号)

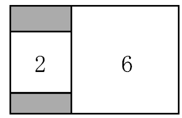

图 3

14. 不等式组 $\begin{cases} x-4\leqslant 8-2x \\ x>-\dfrac{2}{3} \end{cases}$ 的所有整数解的和是__________.

15. 若 $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，则 $x^6-2\sqrt{2}x^5-x^4+x^3-2\sqrt{3}x^2+2x-\sqrt{2}$ 的值是__________.

16. 若正整数 n 使得在计算 $n+(n+1)+(n+2)$ 的过程中，各个数位上均不产生进位现象，则称 n 为"本位数"，例如 2，30 都是"本位数"，而 6，71 都不是"本位数". 现从所有大于 0 且小于 100 的"本位数"中，随机抽取一个数，抽到偶数的概率为__________.

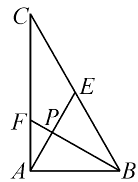

Fig. 4

17. As shown in the Fig. 4, $\triangle ABC$ is a right triangle with $BC=2AB=2$. E is the midpoint of BC. Form BF from B perpendicular to AE. BF intersects with AE and AC at P and F respectively. Then $CF=$__________.

(英汉小字典：perpendicular 垂直；intersect 相交)

18. 点 A 的坐标为 (x_0,y_0)，点 A 关于直线 $x=a$ 的对称点是 B，点 B 关于直线 $y=b$ 的对称点是 C，点 C 关于原点的对称点是点 D，那么点 D 的坐标是__________.

19. 如图 5 所示，$ABCD$ 是矩形，边长 $AB=2$，点 E、F 在分别在 AD、BC 上，且 $BF=DE=1$，$CF=AE=3$，则小矩形 $EGFH$ 的面积等于__________.

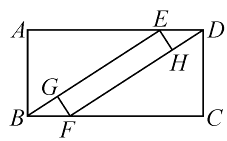

图 5

20. 从 $1\sim100$ 这 100 个数中选出一个数 n，使得余下的 99 个数之和除以 98 所得的余数与 n 除以 98 所得的余数相同，那么，$n=$__________.

三、解答题　每题都要写出推算过程.

21.(本题满分 10 分)

有若干盒卡片，每盒中的卡片数相同，把这些卡片分给小朋友. 如果只分一盒，若每人分 8 张，则缺少 5 张. 现将所有盒中的卡片都拿出来分，每人都分得 56 张，还剩 8 张. 问：有多少小朋友？每盒中有卡片多少张？

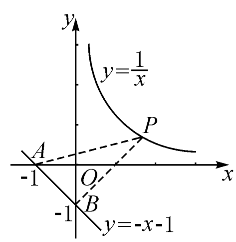

图 6

22.(本题满分 15 分)

如图 6 所示，以反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}(x>0)$ 图象上的点 P 和点 $A(-1,0)$，$B(0,-1)$ 为顶点构成直角三角形，求点 P 的坐标.

23.(本题满分 15 分)

如图 7，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，E 是 AC 边的中点，M，N 分别是 EB，CD 的中点.

(1) 判断：$\triangle AMN$ 是否为等边三角形；(要有推理过程)

(2) 求 $\triangle ADE$、$\triangle AMN$、$\triangle ABC$ 的面积的比.

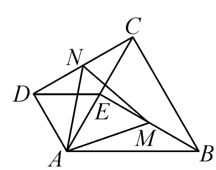

图 7

初二　第 2 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	B	D	C	D	C	A	B	A

题号	11	12	13	14	15
答案	－144	$\frac{1}{3}$	$\frac{2\sqrt{3}-3}{3}$	10	$\sqrt{3}$

题号	16	17	18	19	20
答案	$\frac{7}{11}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$(x_{\circ}-2a, y_{\circ}-2b)$	$\frac{20}{13}$	26 或 7

21. 有 6 位小朋友，每盒有卡片 43 张卡片.

22. 点 P 的坐标 $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2},\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2},\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$.

23.（1）△AMN 是等边三角形.

（2）$S_{\triangle ADE}$ ∶ $S_{\triangle AMN}$ ∶ $S_{\triangle ABC}=4:7:16$.