

# 第二十六届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初三 第1试试题

### 一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 下面是参加2014年WMTC(世界数学团体锦标赛)的部分国家的国旗,其中是轴对称图形但不是中心对称图形的个数是( )



中国



美国



韩国



泰国



伊朗

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

2. 已知  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 0$ , 若  $a, b, c$  都不等于 0, 则  $\frac{bc + ac}{ab} + \frac{ab + ac}{bc} + \frac{ab + bc}{ac}$  的值为( )

- (A) -3. (B) -1. (C) 0. (D) 3.

3. 掷 2 次骰子, 第一次掷出的点数(骰子落地后, 朝上一面的点数)记为  $a$ , 第二次掷出的点数记为  $b$ , 则点  $(a, b)$  在直线  $y = 2x$  上的概率为( )

- (A)  $\frac{1}{6}$ . (B)  $\frac{1}{12}$ . (C)  $\frac{1}{9}$ . (D)  $\frac{2}{9}$ .

4. 直线  $y = ax + b, y = cx + d$  在坐标系中的图象如图 1 所示, 则  $a, b, c, d$  从小到大排列是( )

- (A)  $c < a < d < b$ . (B)  $d < b < a < c$ .  
(C)  $a < c < d < b$ . (D)  $a < b < c < d$ .

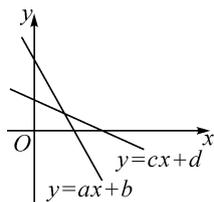


图 1

5. If  $\begin{cases} x + 2y = 4m, \\ 2x + y = 2m + 1, \end{cases}$  then the range of values of  $m$  is ( )

- (A)  $-1 \leq m < -\frac{1}{2}$ . (B)  $-1 \leq m < \frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{1}{2} \leq m < 1$ . (D)  $\frac{1}{2} < m \leq 1$ .

6. 已知  $4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 3x + 4 = 0$ , 则  $x + \frac{1}{x}$  的值为( )

- (A)  $\frac{5}{4}$ . (B)  $-2$  或  $\frac{5}{4}$ . (C)  $-2$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .

7. 已知点  $A(-4, 0), B(2, 0)$ . 若点  $C$  在一次函数  $y = \frac{1}{2}x + 2$  的图象上, 且  $\triangle ABC$  是直角三角形, 则点  $C$  的个数是( )

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

8. 如图 2,  $ABCD$  是边长为  $2\sqrt{2}$  的正方形,  $AE = 4$ , 以  $AE$  为直径的半圆交  $BC$  于点  $F$ , 则  $BF$  的近似值是( )

- (A) 2.0. (B) 1.9. (C) 1.8. (D) 1.7.

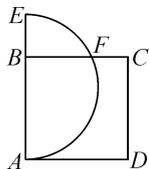


图 2

9. 已知梯形的四条边的长分别是 2, 3, 5, 6, 则这个梯形的面积是( )

- (A)  $3\sqrt{5}$ . (B) 10. (C) 12. (D) 10 或 12.

10. 已知  $x, y, z$  都是正整数, 代数式  $x^2y - y^2z + z^2x - x^2z + y^2x + z^2y - 2xyz$  的值是质数, 则  $z^{x+y}$  的值是( )

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

二、A 组填空题(每小题 4 分,共 40 分.)

11. 若  $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{y+2} = \frac{1}{z+3}$ , 则  $x - 2y + z =$  \_\_\_\_\_.

12. 若  $(x - 2y + 3)^2 + \sqrt{x - 5} + |2x - 3y + z| = 0$ , 则  $x^{y-z} =$  \_\_\_\_\_.

13. 若  $a = \sqrt{5} + 3$ , 则  $2a^3 - 11a^2 + 2a + 1 =$  \_\_\_\_\_.

14. The lengths of three sides of a triangle are  $\sqrt{29}$ ,  $\sqrt{40}$ , and 5, respectively. Then the area of this triangle is \_\_\_\_\_.

15. 如图 3, 在  $\triangle ABC$  中,  $EF \parallel BC$ ,  $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{2}$ ,  $S_{\text{四边形}BCFE} = 64$ , 则  $S_{\triangle BCE} =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + 1 = 0$  和  $bx^2 + ax + 1 = 0 (a \neq b)$  只有一个公共的实数根  $x = c$ , 则  $\frac{1}{a+b} + c =$  \_\_\_\_\_.

17. 如图 4, 以  $A$  为中心将边长为  $a$  的等边  $\triangle ABC$  逆时针旋转  $30^\circ$ , 得到  $\triangle AB'C'$ ,  $AB'$  与  $BC$  交于  $M$ ,  $AC$  与  $B'C'$  交于  $N$ , 则  $\triangle AMN$  的面积是 \_\_\_\_\_.

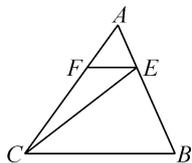


图 3

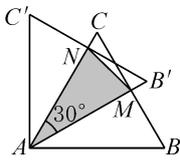


图 4

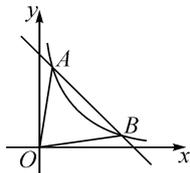


图 5

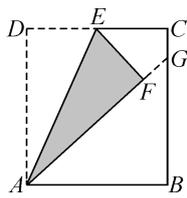


图 6

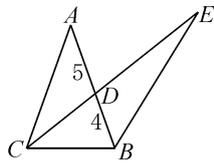


图 7

18. 如图 5, 函数  $y = -x + b$  与  $y = \frac{1}{x}$  的图象在第一象限内交于  $A, B$  两点, 且  $\triangle AOB$  的面积是  $4\sqrt{3}$ , 则  $b =$  \_\_\_\_\_.

19. 如图 6, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4, AD = 2\sqrt{5}$ , 点  $E$  是边  $CD$  的中点, 将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折叠后得到  $\triangle AFE$ , 且点  $F$  在矩形  $ABCD$  的内部, 将  $AF$  延长交边  $BC$  于点  $G$ , 则  $\frac{CG}{GB} =$  \_\_\_\_\_.

20. 如图 7, 已知  $AC = AB, AD = 5, DB = 4, \angle A = 2\angle E$ , 则  $CD \cdot DE =$  \_\_\_\_\_.

三、B 组填空题(每小题 8 分,共 40 分.)

21. 已知  $\frac{5-3x}{3} + 1 \geq \frac{2x+3}{5}$ , 则  $|x-2| - |x+4|$  的最大值是 \_\_\_\_\_, 最小值是 \_\_\_\_\_.

22. 如图 8, 已知  $A(3,5), B(8,5), C(8,0), D(3,0), E(0,2), F(3,2)$ , 过  $D$  点作直线  $l$ , 使  $l$  左侧与右侧面积之比是  $3:5$ , 若  $l$  的方程是  $y = kx + b$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.

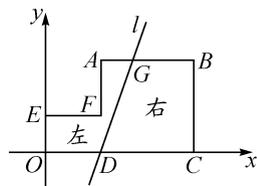


图 8

23. 已知二次函数  $y = x^2 - 2$  与  $x$  轴分别交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于  $C$  点, 则  $\triangle ABC$  内切圆的半径为 \_\_\_\_\_, 外接圆半径为 \_\_\_\_\_.

24. 如图 9, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC, D, E$  是  $\triangle ABC$  内的两点,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $\angle BAC = 40^\circ, \angle ABE = 10^\circ, \angle D = 30^\circ, BE = 9, DE = 3$ , 则  $\angle E =$  \_\_\_\_\_,  $BC =$  \_\_\_\_\_.

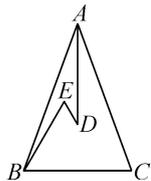


图 9

25. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ, AC = 5$ ,  $AB, BC$  的值分别是抛物线  $y = x^2 - 7x + k (k \text{ 是常数})$  与  $x$  轴的两个交点的横坐标, 则  $k =$  \_\_\_\_\_,  $y = x^2 - 7x + k$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

## 初三 第 1 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	C	D	C	B	C	C	D
题号	11		12		13		14		15	
答案	0		25		- 3		13		48	
题号	16		17		18		19		20	
答案	0		$\frac{3}{16}a^2$		4		$\frac{1}{4}$		56	
题号	21		22		23		24		25	
答案	6; $-\frac{104}{21}$		$\frac{20}{9}$ ; $-\frac{20}{3}$		$\sqrt{3}-1$ ; $\frac{3}{2}$		$60^\circ$ ; 12		12; $-\frac{1}{4}$	